

Exercice1

Soit n un entier naturel, on pose :

$$a = (n+1)(n+2) \text{ et } b = n(n+3)$$

1. Déterminer la parité de a et b
2. a) Montrer que : $a = b + 2$
b) En déduire que : $ab + 1 = (b + 1)^2$
3. déduire de ce qui précède que :
$$n(n+1)(n+2)(n+3) + 1 = (n^2 + 3n + 1)^2$$
4. Montrer que :

$$\sqrt{101 \times 102 \times 103 \times 104 + 1} \in \mathbb{N}$$

Exercice2

Soient x et y deux entiers naturels tels que x est pair et y est impair

Déterminer la parité des nombre suivants :

$$\begin{aligned} A &= x + 132y & B &= 11x + 7y \\ C &= 9x + 18y & D &= 37x^5 + y^2 + 2025 \\ E &= x^{2025} + 11xy^2 + 17 \\ F &= x(x+1) + (y+2)(y+3) \end{aligned}$$

Exercice3

Soient m et n deux nombres entiers naturels tels que $\text{PGCD}(m, n) = 24$ est $n \leq m$

1. Déterminer les facteurs premiers commun de n et m .
2. Soit $m \times n = 3456$. Calculer PPCM (m, n)
Puis conclure m et n

Exercice4

On considère le nombre $a = 2^3 \times 3^2 \times 7$

1. Vérifier que est divisible par 24
2. Déterminer le plus petit entier naturel k tel que $k \times a$ soit un carré parfait.

Exercice5

1. Montrer que le nombre 26820 est divisible par 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 9

2. Déterminer la valeur du chiffre n tel que le nombre $\overline{n15n}$ soit multiple de 2 ; 3 ; 4 et 9 ($0 \leq n \leq 9$)
3. Montrer que $36 \times 5 \times 7 + 27$ est un multiple de 9
4. Montrer que $2 \times 9 \times 7 + 3$ est impair.

Exercice6

Soient $a = 2646$ et $b = 2100$

1. Décomposer en un produit de facteurs premiers les nombres a et b .
2. Rendre irréductible le rapport $\frac{a}{b}$
3. Simplifier $\sqrt{a}$ et $\sqrt{b}$

Décomposer en un produit de facteurs premiers le nombre $c = a^3 b^2$

Exercice7

1. Montrer que le nombre $A = 5^{n+2} - 5^n$ est un multiple de 3 pour tout n de $\mathbb{N}$.
2. Décomposer en un produit de facteurs premiers le nombre $B = 10^3 \times 35$
3. Déterminer la valeur de l'entier naturel n tel que $n + 4$ divise $n + 17$

Exercice8

1. 181 est-il un nombre premier ?
2. Déterminer $372 \wedge 66$
 - a) en utilisant la décomposition en un produit de facteurs premiers
 - b) en utilisant l'algorithme d'Euclide
3. En déduire : $372 \vee 66$
4. Simplifier la somme : $\frac{66}{372} + \frac{372}{66}$